

Algoritmo para la interpretación de datos de refracción sísmica mediante un modelo de lentitudes horizontales p.

Edgar Ángeles Cordero¹

RESUMEN

Este trabajo presenta una propuesta matemática para obtener un modelo de velocidades contra profundidad a partir de datos de refracción sísmica convencional. Usando las proyecciones del vector lentitud es posible ponerla en función de sus proyecciones escalares horizontales y generar una ecuación matricial de fácil resolución. Para verificar el método se usaron datos de refracción sísmica que se adquirieron junto con una sección de tomografía eléctrica; esto permitió ver la convergencia del método al resolver por un simple despeje matricial.

INTRODUCCIÓN

Uno de los algoritmos más usados para determinar la profundidad y velocidad de cada contraste de impedancia acústica en la técnica de refracción sísmica es el denominado método de los tiempos de intercepción, el cual es aplicado bajo la suposición de que los refractores siguen capas planas.

Este método fue descrito por Ewing (1939) como un método para obtener un modelo de interfaces planas, posteriormente Dooley (1952), Adachi (1954)

y Mota (1954) aportaron las variantes para describir los cambios de profundidad y proponer un modelo de rayos.

El modelo matemático a partir del cual se deriva el algoritmo es un semiespacio plano con capas paralelas al semiespacio y de espesor uniforme, cada capa posee una velocidad sísmica uniforme en todas las direcciones dentro de cada capa. Las velocidades de cada capa se van incrementando con la profundidad de forma suave y continua sin cambios abruptos. El espesor de cada capa es apreciable en la información sísmica y se puede identificar una forma de onda asociada a la refracción del campo de ondas que asciende desde el interior del semiespacio de tal forma que se puede asociar a cada tiempo de arribo una geometría de rayos específica y determinada (Stoffa, 2012).

Los fundamentos teóricos de la técnica de refracción y el método del tiempo de intercepción están explicados en términos de su orientación a la exploración geofísica por Sen (2013) y cómo se aplica en los casos de capas inclinadas y complejidad estructural por Griffiths (2013).

Entiéndase complejidad estructural cuando el

¹ Director Académico de Ciencias de la Tierra de la Universidad Olmeca. Correo electrónico: ance25@yahoo.com

subsuelo no puede ser visto como capas planas de velocidad uniforme, es decir cuando los refractores presentan inclinación o hay variaciones de espesor dentro de un mismo horizonte refractor. El método puede ser resuelto para cada punto de medición como una serie de capas planas que se va correlacionando con los espesores del siguiente punto de investigación, de esta forma se construye un modelo que representa las variaciones de profundidad y espesor del subsuelo.

El algoritmo converge rápidamente a pesar de los cambios de geometría (Palmer, 2010), pero no puede representar los cambios en la composición y compactación, ni las inversiones en la velocidad sísmica por lo que es importante que el procedimiento de cálculo sea supervisado.

HIPÓTESIS

La teoría de rayos nos permite encontrar un modelado directo de los patrones de radicación de la refracción sísmica, por lo que se plantea la pregunta de investigación de la siguiente manera: ¿Es posible encontrar un método de inversión que permita obtener un modelo de velocidades a partir del modelo de rayos?

En este artículo se hace una propuesta a partir de la teoría elemental aplicada a un modelo de variación de velocidad horizontal y dividido en celdas regulares.

CONSTRUCCIÓN DEL MÉTODO EN p .

Considere un semiespacio vacío dentro del cual se dibuja un sistema coordenado (x, z) donde x representa la distancia horizontal y z la profundidad. Entonces se designa por la letra u al vector lentitud y que representa la trayectoria del rayo que viaja con un ángulo y ha viajado una distancia ds a partir del punto de origen hacia el interior.

El vector lentitud (Stoffa, 2012) tiene unidades de tiempo sobre distancia pues representa el inverso de la velocidad de propagación de ondas primarias en el espacio homogéneo.

$$u(x) = \frac{dT}{ds}$$

En la Figura 1 observamos que el vector u se puede descomponer en sus dos componentes escalares p y q .

La componente p corresponde con el modelo de variación de velocidades horizontal, mientras que q corresponde al modelo de variación de velocidades vertical. Las componentes p y q se pueden relacionar con el desplazamiento relativo por medio de funciones trigonométricas sencillas.

Sean dx y dy la proyección horizontal y vertical de los desplazamientos ds sobre los ejes coordenados como se muestra en la Figura 1.

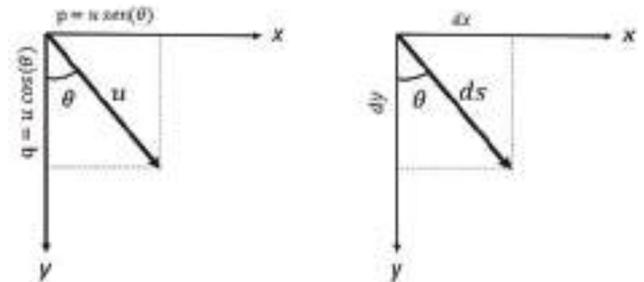


Figura 1. Sistema ortogonal de ejes donde x representa la distancia fuente receptor y z la profundidad con respecto al plano de observación situado en $z=0$.

Se puede obtener una relación en el vector de lentitud u y el desplazamiento ds por medio de la relación trigonométrica $sen(\theta)$

$$\frac{p}{u} = sen(\theta)$$

$$\frac{dx}{ds} = sen(\theta)$$

Por lo que igualando ecuaciones:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{p}{u}$$

Para encontrar cómo varía el tiempo de propagación $T(x,p)$ del rayo con respecto a la distancia horizontal dx se expresa mediante la derivada de la función T con respecto de x .

$$\begin{aligned} \frac{dT(x,p)}{dx} &= \frac{dT}{ds} \frac{ds}{dx} = \frac{dT}{ds} \frac{p}{u(x)} \\ \frac{dT}{ds} &= \frac{u(x)}{p} \\ \frac{dT(x,p)}{dx} &= \frac{u(x)^2}{p} \end{aligned}$$

De esta ecuación se obtiene una expresión integral para el tiempo $T(x,p)$ en forma continua.

$$T(x,p) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{u(x)^2}{p} dx$$

En su forma discreta se puede ver como:

$$T(x,p) = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} \frac{u(k\Delta x)_i^2}{p_{i,j}} \Delta x_j$$

Donde i es el número de ecuaciones que se pueden genera de n observaciones de tiempos de arribo, $u(k\Delta x)$ es el modelo de celdas con la velocidad real, p es el modelo discreto de variaciones laterales de velocidad y Δx es la distancia fuente receptor.

Esta expresión al desarrollarse genera un sistema de ecuaciones no cuadrado debido a que n corresponde al modelo de variación de contrastes de

velocidad y m es el número de observaciones de tiempos de arribo.

Por lo que este sistema es compatible y sobredeterminado, cuyas incógnitas serían $u(k\Delta x)_i^2$ pero no tiene solución única (Palmer, 2010) por los n grados de libertad.

$$\begin{aligned} \frac{u_1}{p_{1,1}} + \frac{u_2}{p_{1,2}} + \frac{u_3}{p_{1,3}} + \frac{u_4}{p_{1,4}} + \dots + \frac{u_n}{p_{1,n}} &= T_1 \\ \frac{u_1}{p_{2,1}} + \frac{u_2}{p_{2,2}} + \frac{u_3}{p_{2,3}} + \frac{u_4}{p_{2,4}} + \dots + \frac{u_n}{p_{2,n}} &= T_2 \\ \frac{u_1}{p_{3,1}} + \frac{u_2}{p_{3,2}} + \frac{u_3}{p_{3,3}} + \frac{u_4}{p_{3,4}} + \dots + \frac{u_n}{p_{3,n}} &= T_3 \\ \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots &= \dots \end{aligned}$$

$$\frac{u_1}{p_{m,1}} + \frac{u_2}{p_{m,2}} + \frac{u_3}{p_{m,3}} + \frac{u_4}{p_{m,4}} + \dots + \frac{u_n}{p_{m,n}} = T_m$$

Este sistema de ecuaciones es resuelto por cualquier método numérico que ofrezca estabilidad en la solución. Expresándolo en forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{p_{1,1}} & \frac{1}{p_{1,2}} & \frac{1}{p_{1,3}} & \frac{1}{p_{1,4}} & \dots & \frac{1}{p_{1,n}} \\ \frac{1}{p_{2,1}} & \frac{1}{p_{2,2}} & \frac{1}{p_{2,3}} & \frac{1}{p_{2,4}} & \dots & \frac{1}{p_{2,n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{p_{m,1}} & \frac{1}{p_{m,2}} & \frac{1}{p_{m,3}} & \frac{1}{p_{m,4}} & \dots & \frac{1}{p_{m,n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ T_m \end{bmatrix}$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{p_{1,1}} & \frac{1}{p_{1,2}} & \frac{1}{p_{1,3}} & \frac{1}{p_{1,4}} & \dots & \frac{1}{p_{1,n}} \\ \frac{1}{p_{2,1}} & \frac{1}{p_{2,2}} & \frac{1}{p_{2,3}} & \frac{1}{p_{2,4}} & \dots & \frac{1}{p_{2,n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{p_{m,1}} & \frac{1}{p_{m,2}} & \frac{1}{p_{m,3}} & \frac{1}{p_{m,4}} & \dots & \frac{1}{p_{m,n}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ T_m \end{bmatrix}$$

La ecuación matricial queda:

$$\overline{P} \overline{U} = \overline{T}$$

Despejando tenemos:

$$\overline{U} = \overline{P}^{-1} \overline{T}$$

En este trabajo se le dará solución por un método matricial simple y el uso de un intérprete como Derive TM 6.

APLICACIÓN DEL MÉTODO

Este algoritmo se aplicó en un conjunto de datos de refracción sísmica que se adquirió como parte de las prácticas de campo de geofísica que se llevan a cabo en la Universidad Olmeca.

Se adquirieron dos conjuntos de datos, una tomografía eléctrica con un resistivímetro automatizado Syscal y un levantamiento de refracción sísmica con

un sismógrafo ES3000. De estos últimos se obtuvieron registros sísmicos y se determinaron con ayuda de un software SeisImager el tiempo de arribo del campo de ondas refractado.

En este mismo informe se acompaña la estratigrafía para los primeros 25 metros de profundidad (Figura 3) donde se reportan las zonas de máxima saturación de líquidos a profundidades alrededor de los 11 a 12 metros en las diferentes ubicaciones presentadas, lo que constituye un punto muy importante a considerar en el diseño de los sondeos eléctricos verticales.

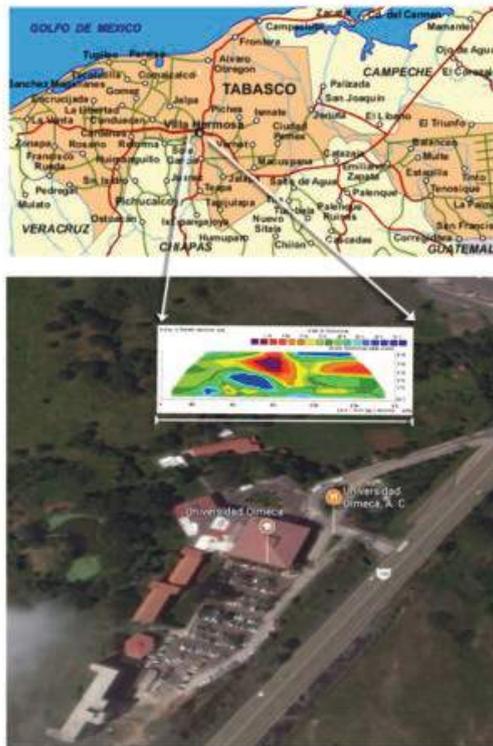


Figura 2. Localización del sitio de investigación en la Universidad Olmeca. Sobre una imagen de Google Earth (2017) se muestran los resultados de una inversión de datos de tomografía eléctrica.

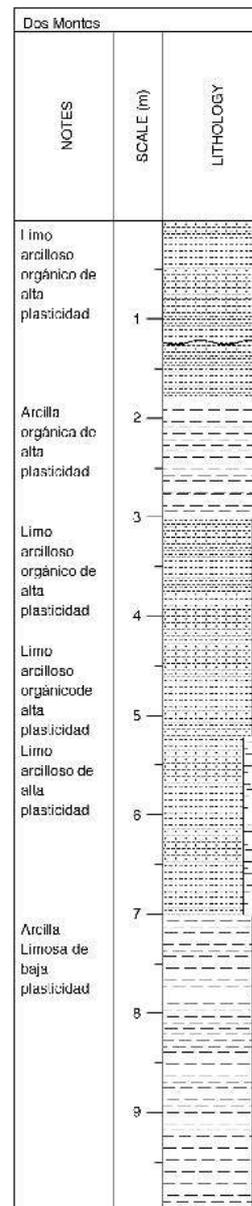


Figura 3. Columna estratigráfica representativa del municipio de Centro, Tabasco

En esta columna estratigráfica se puede leer que de 6.4 a 10.4 metros el contenido de agua ronda el 54.8 %. Se observa que el contenido de agua es de 42.3 en un estrato de arcilla orgánica de alta plasticidad, en profundidades que van de los 2.8 a 4.0 m.

En la figura 4 se presentan los resultados de un levantamiento de tomografía eléctrica 2D (Loke, 2004) en arreglo dipolo-dipolo interpretados con el método de mínimos cuadrados (Ángeles, 2014) con parámetros austeros para no modificar el producto de la inversión. De esta imagen se pueden correlacionar los valores de resistividad para los materiales arcillosos menores a 15 ohms-m de 15 a 25 ohms-m los materiales limosos. De 25 a 25 los materiales areno-limosos, de 40 a 90 ohms-m los materiales arenosos, de 90 a 170 ohms-m los materiales gravosos y mayores a 179 ohms-m la presencia de roca (refiriéndose a roca bien consolidada).

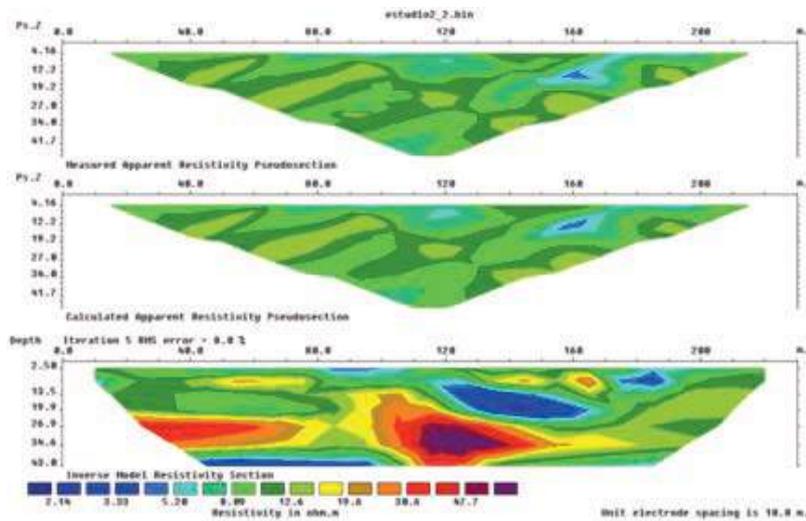


Figura 4.- Imagen de tomografía eléctrica bidimensional a partir de datos dipolo-dipolo con un error de ajuste de 8 % en el ajuste por mínimos cuadrados.

Se adquirieron 6 registros de refracción sísmica, los gráficos de tiempo contra distancia fuente receptor se presentan en la figura 5. Este levantamiento se hizo sobre el mismo sitio de investigación de la tomografía eléctrica para poder correlacionar (Figura 6).

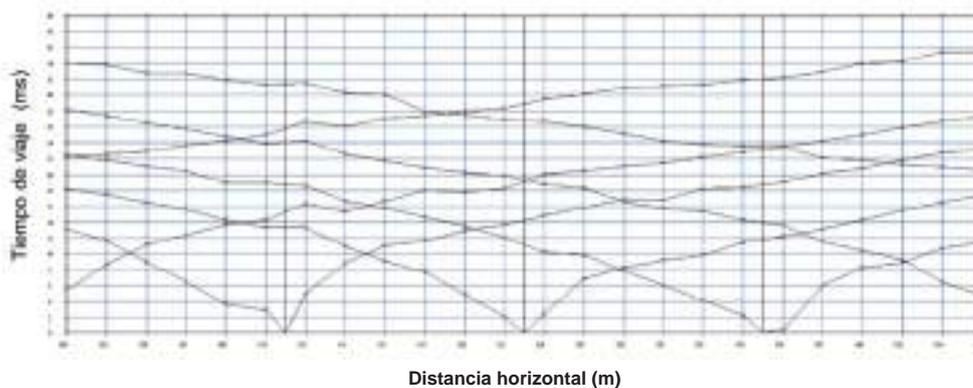


Figura 5. Curvas de tiempo contra profundidad (Chan, 1968) de los seis registros de refracción sísmica.

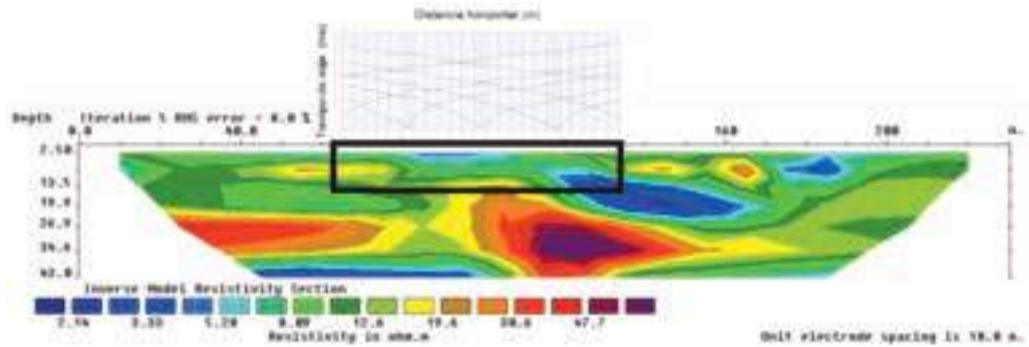


Figura 6. Curvas de tiempo contra profundidad sobre el sitio de investigación de la tomografía eléctrica que cubre una distancia menor debido a que la fuente usada fue un marro de 22 libras, lo que genera una energía muy limitada para la profundidad de exploración con respecto a la tomografía eléctrica.

Con los tiempos de viaje se creó el vector \bar{U} y con el modelo preliminar obtenido por el método de los tiempos de intercepción se creó la matriz \bar{P} se resolvió la matriz en el intérprete Derive 6 en forma manual y posteriormente se usó el formato de archivo de SeisImager (2017) para su representación (Figura 7).

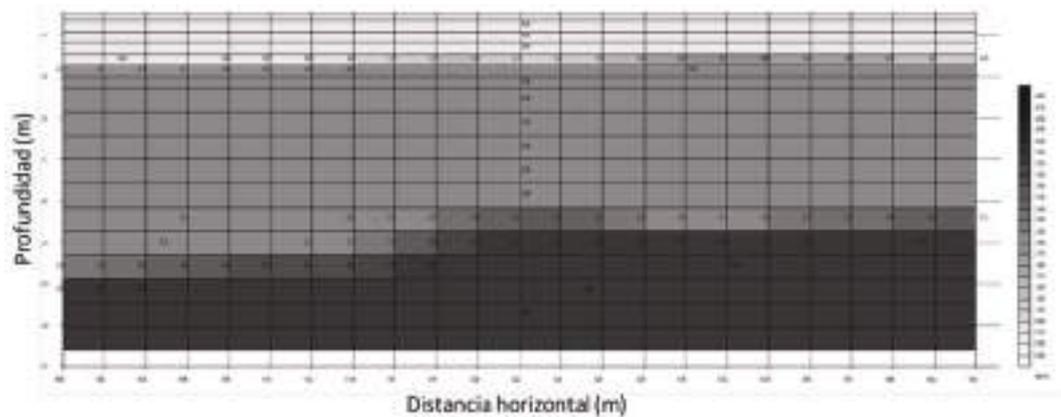


Figura 7. Modelo de celdas con el modelo inicial de velocidades obtenido por el método de los tiempos de intercepción.

La figura 8 muestra el resultado de resolver el sistema de ecuaciones, se construyó el modelo de velocidades interpretadas con los resultados del vector \bar{U} .

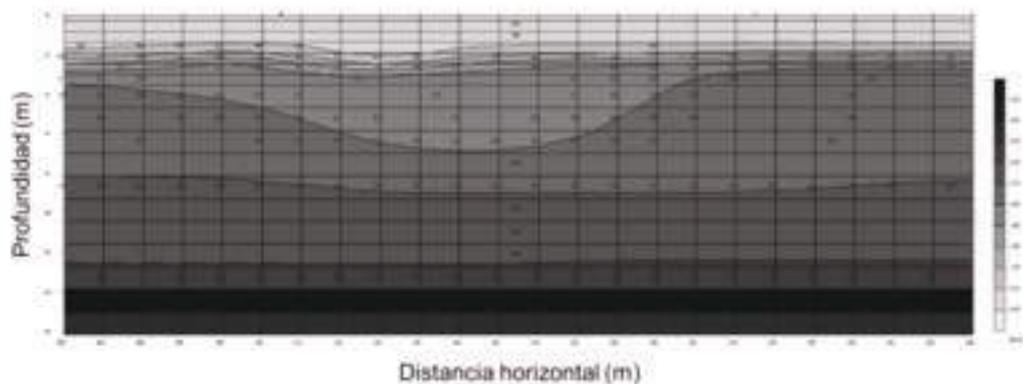


Figura 8. Modelo de celdas con el modelo inicial de velocidades.

CORRELACIÓN ENTRE MÉTODOS

Se observa que en la parte somera se definió muy bien la presencia de una estructura de cuenca de unos 10 metros de ancho, la cual se corresponde con la estructura interpretada en esta misma posición (Figura 9).

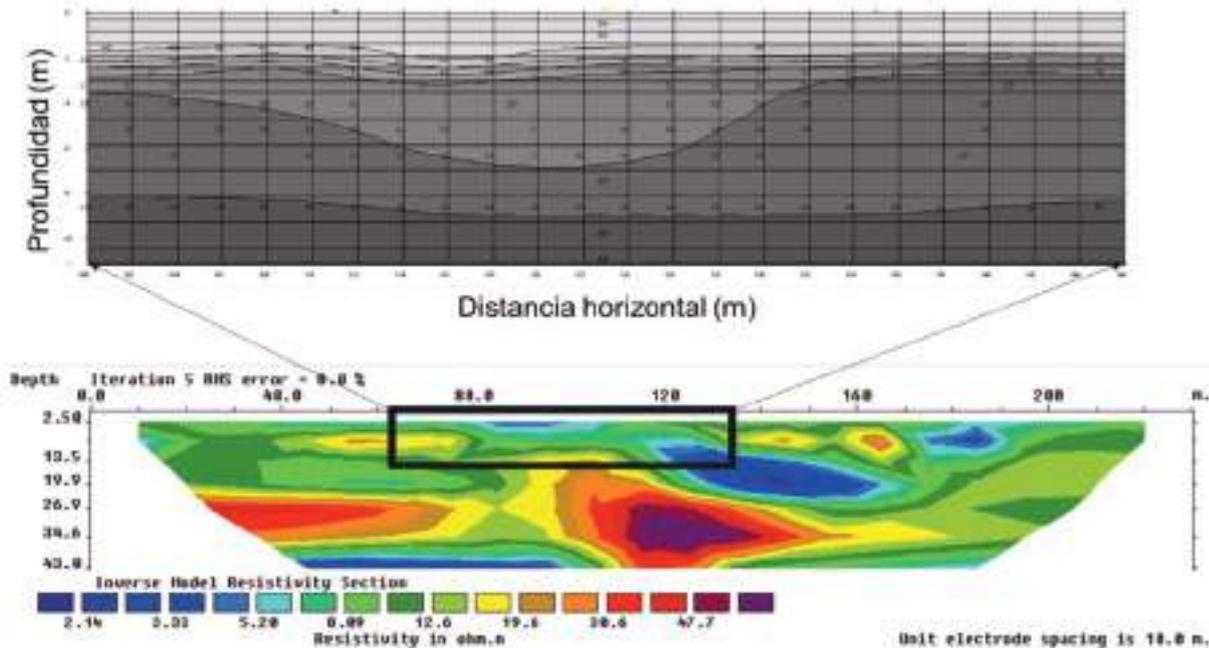


Figura 9.- Resultados de la sección eléctrica y sísmica.

CONCLUSIONES

El algoritmo aquí presentado por ser compatible sobredeterminado converge rápidamente pero es necesario un control del modelo geofísico a interpretar pues como se observó en el modelo generado fue la tomografía eléctrica la que dio certeza sobre los resultados, de otra forma la convergencia puede llevar a un resultado matemáticamente exacto pero geológicamente no viable.

En cuanto a la profundidad de investigación el método está muy limitado por la fuente de energía, por lo que es necesario tener registros muy bien definidos para usar este algoritmo.

Se usó un despeje matricial simple, por lo que en posteriores trabajos se buscará mejorarlo con métodos más eficientes y que pueda acotarse el espacio solución mediante una función de tolerancia.

REFERENCIAS Y CITACIONES

- Adachi, R. (1954). «On a proof of fundamental formula concerning refraction method of geophysical prospecting and some remarks»: *Kumamoto J. Sci.*, vol. 2, p. 18–23.
- Ángeles C., E. (2014). «Determinación de la resistividad eléctrica del suelo como método para caracterizar su contenido de fluidos». *La Ingeniería aplicada. Una visión del Estado de Tabasco*. Editorial Académica Española. pp 103-108.
- Chan, S. H. (1968). «Nomograms for solving equations in multilayer and dipping layer cases»: *Geophys. Prosp.*, p. 127–143.
- Dooley, J.C. (1952). «Calculation of depth and dip of several layers by seismic refraction methods»: *Austral. Bur. Min. Res. Geol. and Geophys.*, Bull. 19, Appendix, p. 9

- Ewing M., Woollard, G. P., Vine, A. C. (1939). «Geophysical investigations in the emerged and submerged Atlantic Coastal Plain, Part 3», Barnegat Bay, New Jersey section: *GSA Bull.* p. 257–296.
- Griffiths, D. H., King, R. F. (2013). «Applied Geophysics For Geologists And Engineers»: *The Elements Of Geophysical Prospecting*.
- Loke, M. H., Lane, J.W. (2004). «Inversion Of Data From Electrical Resistivity Imaging Surveys In Water- Covered Areas»: *Exploration Geophysics*, p. 266 -271.
- Palmer, D. (2010). «Non uniqueness with refraction inversion—a syncline model study». *Geophysical Prospecting*, p. 203-218.
- Sen, M. K., Stoffa, P. L. (2013). «Global optimization methods in geophysical inversion». *Cambridge University Press*.
- Stoffa, P. (Ed.). (2012). «Tau-p: A plane wave approach to the analysis of seismic data» (Vol. 8). *Springer Science & Business Media*.

